

食べられないパンに関する数学的考察

コロちゃん@corollary2525

平成 28 年 4 月 28 日

1. 導入と目的

本研究では, 次のなぞなぞについて考察する:

Problem

「パンはパンでも, 食べられないパンはなーんだ？」

このなぞなぞの解の存在については, 若い研究者によって多くの研究が行われている. 最もよく知られた解は「フライパン」である. フライパンは名前に「パン」が含まれている調理器具であるので, 食べられないパンと同一視ができる. この事実から, このなぞなぞを以後

PDE (Pan, Don't Eat!)

と呼ぶことにする (数学の PDE については [1] が詳しい).

Remark. 「『食べられないパン』を尋ねているのに『調理器具』を答えるのはおかしい。」という意見があるが, これは誤りである. なぞなぞは言葉遊びなのであって, 「パン」及び「パンに準ずる言葉」が含まれていれば, PDE の解となる. したがって, 解がパンである必要はない.

本研究の目的は, PDE の解が満たす性質を調べることである.

2. 食べられないパンの定義

「食べる」とは, 食物を噛んで飲み込むことであり, 人間は栄養をとるために毎日習慣的に何かを食べる ([4] 参照). これらを念頭に置き, 食べられないパンの定義をする.

Definition 2.1. x 自身は「パン」及び「パンに準ずる言葉」をもち, さらに次の性質 (A)(B)(C)(D) を少なくとも一つ満たすとき, x は食べられないパンであるという:

- (A) x は噛んで飲み込むことができない
- (B) x は人間が一度に食べられる量ではない
- (C) x は人間が生命を維持するのに必要な栄養素を含んでいない
- (D) x は人間が生命を維持するのに有害な物質を含んでいる

例えば, フライパンを考えてみよう. フライパンは (A)(B) を満たすので食べられない. 鉄製のフライパンの場合は (C) は満たさないが, 鉄分の過剰摂取は有害なので (D) を満たすとも言える.

Remark. 食べられないパンであることは, PDE の解であることと同値である. また, 「食べられないパン」の否定は「食べられるパン」ということではない.

3. 具体的な解の構成

まず, 食べられないパンをいくつか挙げる (フライパン以外 50 音順, [2] 等を参照した). なお, 証明は読者に任せる.

Theorem 3.1. フライパン, アヤパン, エクspanダー, 運搬, 腐ったパン, こてんぱん, 最後の審判, サイパン島, サンドウィッチマン, サンドパン, 残飯, 直談判, Japan, 出版, 順風満帆, ショパン, スパンコール, 絶版, 戦犯, チンパンジー, 鉄板, パンク, パングラム, パンゲア, パンジー, パンダ, パンタグラフ, パンチパーマ, パンツ, パンデミック, パントマイム, パンパース, パンフレット, パンプス, ピーターパン, プロパン, モンキーパンチ, ルパンは食べられないパンである.

この定理を用いれば, 次の系はただちに導かれる.

Corollary 3.2.

- チノパン, ショーパン, カトパン, ミオパン, ヤマサキパン, ミタパン, ミカパンは食べられないパンである.
- 短パン, 海パン, 紐パン, 縞パン, パンスト, 腰パン, ノーパンは食べられないパンである.
- Yahoo! Japan, AC ジャパン, なでしこジャパン, 侍ジャパン, ザックジャパン, ユニバーサルスタジオジャパン, エキゾチックジャパンは食べられないパンである.

4. PDE の解空間の性質

食べられないパン全体の集合を X と表す. また, 各 $a \in X$ は PDE の一般解 (いっパンかい) と呼ばれることもある.

Definition 4.1. 食べられないパン全体の集合を X で表す. さらに自然数 n と $a, b \in X$ に対し,

- $a + b$ は「 a と b で構成された非連結なパン」,
- na は「 n 個の a 」

を表すことにする.

Remark. この定義は Well-defined である. つまり, a と b が食べられないパンであるとき, $a + b$ も食べられないパンである. 同様に, 食べられないパンが何個になっても食べられないパンである. これを数学的に表現すると次のようになる:

- $a, b \in X \Rightarrow a + b \in X$;
- $n \in \mathbb{N}, a \in X \Rightarrow na \in X$.

また, na の定義は, $1a := a$ と定義し, 以下帰納的に $na := a + (n - 1)a$ ($n \geq 2$) と定義してもよい.

Theorem 4.2. $a, b, c \in X$, $n, m \in \mathbb{N}$ とすると以下が成り立つ:

- (1) $(a + b) + c = a + (b + c)$.
- (2) $0 + a = a + 0 = a$ (ただし, 0 は「ゼロ個のパン」を表す).
- (3) $a + b = b + a$.
- (4) $n(a + b) = na + nb$.
- (5) $(n + m)a = na + ma$.
- (6) $n(ma) = (nm)a$.
- (7) $1a = a$.

Remark. 「ゼロ個のパン」は食べられる気もするが,

(C) 人間が生命を維持するのに必要な栄養素を含んでいないを満たすから「ゼロ個のパン」は食べられないパンである. また, 「ゼロ個のパン」は一意的 (例えば, 0 人のモンキーパンチ = 0 人のルパン).

Remark. 逆元および実数倍の定義ができるかについては Open Problem である. これができれば食べられないパン全体の集合はベクトル空間になることが分かる.

5. PDE の時間大域解の存在

この章では, 時間が進むにつれて, PDE の解がどうなるかについて考察する. つまり, PDE の解の Lifespan(ライフスパン)を考える.

Definition 5.1. $a \in X$ と $t \geq 0$ に対して, $a(t)$ を「 t 秒後の a 」と表す.

初期条件として, $a(0)$ を食べられないパンとする. このとき, t 秒経過した $a(t)$ は食べられないパンのままであろうか? 答えはもちろん Yes である. 一度腐ってしまったパンは二度と元には戻れないのは明らかである*. よって, 初期条件が食べられないパンであったとき, PDE の解は時間大域的に存在することが分かる. これを数学的に記述したのが次の定理 5.2 である:

* 「パン」を「人間」に置き換えたものが成り立つかどうかは本人の努力次第である.

Theorem 5.2. $a \in X$ と仮定する. このとき,

$$a(0) \in X \implies a(t) \in X \quad (\forall t \in (0, \infty)).$$

6. 食べられるパンについて

この章では食べられないパンについてではなく、食べられるパンについて考える. 食べられるパンを求めることはナンセンスなので省略する. 食べられるパンについても Theorem 4.2, 5.2 に相当する結果が期待されるが, 実はうまくいかない.

例えば, アンパンは食べられるパンである. 1個のアンパンは食べられるが, 100個 1000個 10000個... のアンパンは食べられるだろうか? 個人差があるかもしれないが, 極端に多いパンを考えれば

(B) 人間が一度に食べられる量ではない
を満たすので食べられないパンになる. したがって, 次の定理が得られる:

Theorem 6.1. 食べられるパン全体を Y とする. このとき,

$$b \in Y \implies \exists n_0 \in \mathbb{N} \text{ s.t. } nb \in X \quad (\forall n \geq n_0).$$

Remark. この n_0 は食べる人間に依存する数に思えるが, 人間 x のパンを食べられる限界の数を n_x とし,

$$N := \max\{n_x | x \text{ は人間}\}$$

を考えれば, 所詮人間は有限なので $N < \infty$ であり, 人間に依存しない定数をとることができる.

次に, 食べられるパン b に対して t 秒後のパン $b(t)$ を考える. パン b を食べずに放置すると, やがてカビが発生し, 食べられなくなる. つまり, 十分時間が経てば

(D) 人間が生命を維持するのに有害な物質を含んでいる
を満たす. したがって, 次の定理が成り立つ:

Theorem 6.2. 食べられるパン全体を Y , $b \in Y$ と仮定する. このとき,

$$b(0) \in Y \implies \exists t_0 \in (0, \infty) \text{ s.t. } b(t) \in X \quad (\forall t \geq t_0).$$

7. 聞き間違いを用いた PDE の解

多くの場合, PDE は会話によって出題されることが多い. しかし, 出題する相手によっては聞き間違いをしてしまい, 予想外の返事が返ってくることもある. この章では, 数学とは無関係だが, PDE を出題する際に生じるであろう誤解について考察する.

Case1

「パンはパンでも食べられないパンはなんだ？」

「私は甘い物が苦手なので、あんぱんが食べられません。」

Case2

「パンはパンでも食べられないパンはなんだ？」

「いいえ、ナンは食べられます。」

Case3

「パンはパンでも食べられないパンはなんだ？」

「Sorry, I can't speak Japanese.」

Case4

「パンはパンでも食べられないパンはなんだ？」

「異議あり！ 弁護人は事件とは無関係の質問をしています！」

References

- [1] Lawrence C Evans, *Partial Differential Equations*, Amer Mathematical Society, 2010.
- [2] 松村 明 & 小学館国語辞典編集部, 大辞泉第二版, 小学館, 2012.
- [3] 齋藤 正彦, 線型代数入門, 東京大学出版会, 1966.
- [4] 食事 - Wikipedia
- [5] フライパン - Wikipedia
- [6] フライパン - ニコニコ大百科